

## Расчет плоской круговой решетки профилей, вращающейся с постоянной угловой скоростью

инж. А. М. ГОХМАН

В предлагаемой статье изложено решение обратной задачи расчета плоской круговой решетки профилей, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$ .

Это решение может быть применено к проектированию лопастей диагональных и радиальных лопастных машин (газовых турбин, гидротурбин, компрессоров, насосов, обратных машин), гидродинамический расчет которых сводится к решению обратной задачи для нескольких круговых решеток.

Приступая к решению поставленной задачи, сделаем следующие допущения:

1. Жидкость является невязкой и несжимаемой.
2. Абсолютный поток потенциален.
3. Относительный поток, обтекающий профили решетки, отвечает постулату Чаплыгина.

Рассмотрим плоскую круговую решетку с числом профилей  $k$  и угловым периодом

$$\varphi = \frac{2\pi}{k} = 2\pi\lambda \quad (\text{рис. 1}).$$

Абсолютный поток  $\vec{V}_k$  этой вращающейся с постоянной угловой скоростью решетки, как мы предположили, потенциален, но он зависит от времени, т. е. является нестационарным.

Из условия безотрывного обтекания вытекает, что абсолютный поток в данной точке на контуре профиля имеет нормальную к профилю составляющую  $\vec{V}_{nk}$ , равную нормальной составляющей скорости этой точки профиля  $\vec{U}_{nk}$ :

$$\vec{V}_{nk} = \vec{U}_{nk}.$$

Таким образом, контур профиля не является линией тока абсолютного потока, что усложняет задачу. Относительный поток  $\vec{W}_k$  во вращающейся круговой решетке стационарен, и контур профиля является линией тока относительного потока, но он не потенциален, т. е.

$$\text{rot } \vec{W}_k = 2\omega;$$

Ясно, что применять к вихревому относительному потоку метод конформных отображений нельзя.

В теории гидродинамических решеток различаются две задачи: прямая — нахождение

потока, обтекающего данную решетку, движущуюся или поступательно, или вращательно с данной скоростью; обратная — нахождение движущейся с данной скоростью решетки по заданному в ней потоку; в обоих случаях поток на бесконечности перед решеткой считается заданным.

При проектировании рабочего колеса на данные параметры наибольший интерес представляет обратная задача.

В случае вращающейся с постоянной угловой скоростью круговой решетки можно решить и прямую и обратную задачи.

Решение прямой задачи возможно конформным отображением абсолютного потока в решетке на поток, обтекающий единичный

круг, на контуре которого  $\vec{V}_k = \vec{U}_k$ , в то время как при конформном отображении потока в неподвижной решетке получается обтекание единичного круга с  $\vec{V}_k = 0$  на контуре [1].

Неравенство нулю нормальной составляющей скорости на контуре круга в данном случае значительно усложняет решение прямой задачи.

Прямая задача, являющаяся типичной задачей Неймана, сводится к решению интегральных уравнений с невырожденным ядром, и на сегодня она решена только в принципе. Обратную задачу пытаются решить при помощи непосредственного рассмотрения относительного потока на круговой решетке и нахождения по нему контуров профилей, являющихся линиями тока относительного потока [2]. Это решение оказывается значительно сложнее, чем для прямой решетки, и доведено до конца лишь в случае эллиптических профилей, которые не применяются в энергомашиностроении.

Автором предлагается метод решения обратной задачи, приводящий к формам профилей, применимым на практике.

Рассмотрим в данный момент времени  $t$  абсолютный поток во вращающейся круговой решетке на плоскости:  $Z_k = Re^{i\varphi}$ ; (1), где  $R$  и  $\varphi$  — полярные координаты с началом в центре вращения решетки  $O$ . Радиус окружности, на которой лежат оси профилей решетки, в плоскости  $Z_k$  обозначим через  $R_0$  (рис. 1).

Этот абсолютный поток можно конформно отобразить на поток в бесконечной прямой решетке  $Z = \xi + i\eta$  (2) с шагом  $T = 2\pi\lambda R_0$  (рис. 2) при помощи преобразования:

$$Z_k = R_0 e^{-i \frac{2\pi\lambda}{T} Z} = R_0 e^{-i \frac{Z}{R_0}} \quad (3)$$

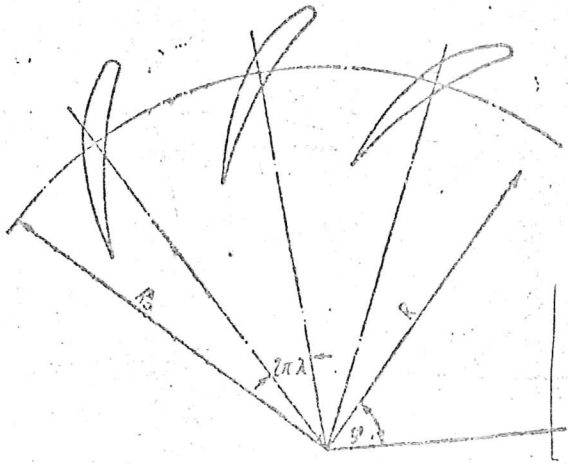


Рис. 1.

Из уравнений (1), (2) и (3) получаем:

$$R e^{i\varphi} = R_0 e^{-i \frac{(\xi + i\eta)}{R_0}} = R_0 e^{\frac{\eta}{R_0}} e^{-\frac{i\xi}{R_0}}$$

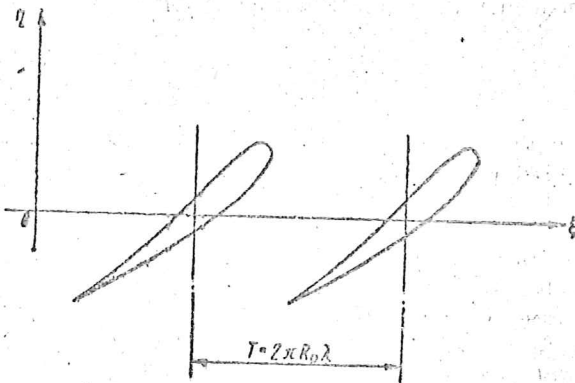


Рис. 2.

Приравниваем действительные и мнимые части:

$$R = R_0 e^{\frac{\eta}{R_0}}; \quad (4)$$

$$\varphi = -\frac{\xi}{R_0} \quad (5)$$

или, наоборот:

$$\eta = R_0 \ln \frac{R}{R_0}; \quad (4')$$

$$\xi = -\varphi R_0. \quad (5')$$

Посмотрим, как изменяется модуль скорости  $|V_k|$  при конформном преобразовании  $Z_k = f(Z)$ .

Известно, что величина, сопряженная скорости  $V_k$ , есть производная комплексного потенциала  $W_k(Z_k)$  по  $Z_k$ :

$$\bar{V}_k = \frac{dW_k(Z_k)}{dZ_k} \quad (6)$$

Аналогично в плоскости прямой решетки  $Z$ :

$$\bar{V} = \frac{dW(Z)}{dZ} \quad (7)$$

но  $W(Z) = W_k[f(Z)]$ . (8)

Продифференцируем обе части (8) по  $Z$ :

$$\frac{dW(Z)}{dZ} = \frac{dW_k(Z_k)}{dZ_k} \cdot \frac{dZ_k}{dZ}$$

Подставив в это уравнение значения производных из формул (6) и (7), получим:

$$\bar{V} = \bar{V}_k \frac{dZ_k}{dZ}$$

Но модуль произведения равен произведению модулей:

$$|\bar{V}| = |\bar{V}_k| \left| \frac{dZ_k}{dZ} \right| \quad (9)$$

Вычислим  $\frac{dZ_k}{dZ}$ , продифференцировав обе части уравнения (3) по  $Z$ :

$$\frac{dZ_k}{dZ} = -ie^{-\frac{iZ}{R_0}} = -ie^{-\frac{i\xi}{R_0}} e^{\frac{\eta}{R_0}}$$

отсюда получаем:

$$\left| \frac{dZ_k}{dZ} \right| = e^{\frac{\eta}{R_0}} \quad (10)$$

Выражая  $e^{\frac{\eta}{R_0}}$  по формуле (4), получаем:

$$\left| \frac{dZ_k}{dZ} \right| = \frac{R}{R_0} \quad (10')$$

Итак, окончательно в нашем конформном преобразовании:

$$|\bar{V}| = |\bar{V}_k| \frac{R}{R_0} \quad (11)$$

Но т. к. модули сопряженных величин равны между собой, то

$$|V| = |V_k| \frac{R}{R_0} \quad (12)$$

Теперь, используя формулу (12), запишем граничные условия для прямой решетки на входе и выходе:

1. Составляющая скорости, параллельная оси прямой решетки  $V_{\xi}$ .

Вход  $|y = +\infty|$ :

$$|V_{\text{вх}\xi}| = \frac{(V_{\text{вх}}R)_{\text{вх}} \cdot R}{R \cdot R_0} = \frac{(V_{\text{вх}}R)_{\text{вх}}}{R_0}; \quad (13)$$

выход  $|y = -\infty|$ :

$$|V_{\text{вых } \tau}| = \frac{(V_u R)_{\text{вых}}}{R_0}, \quad (14)$$

где  $(V_u R)_{\text{вх}}$  и  $(V_u R)_{\text{вых}}$  — моменты окружной составляющей абсолютной скорости относительно оси круговой решетки соответственно на входе и выходе;  $(V_u R)_{\text{вх}}$  и  $(V_u R)_{\text{вых}}$  связаны между собой уравнением Эйлера:

$$\Delta V_u R = (V_u R)_{\text{вх}} - (V_u R)_{\text{вых}} = \frac{g\eta H}{\omega} = \frac{k\Gamma}{2\pi},$$

где  $\Gamma$  — циркуляция вокруг одного профиля;  $\eta$  — гидравлический коэффициент полезного действия данной круговой решетки, величиной которого приходится задаваться;

$H$  — напор, срабатываемый на решетке при протекании рабочей жидкости.

2. Составляющая скорости, перпендикулярная оси прямой решетки  $V_{\tau}$ .

Вход  $|y = +\infty|$ :

$$|V_{\text{вх } \tau}| = \frac{Q}{2\pi R} \cdot \frac{R}{R_0} = \frac{Q}{2\pi R_0};$$

выход  $|y = -\infty|$ :

$$|V_{\text{вых } \tau}| = \frac{Q}{2\pi R_0},$$

т. е. можно написать, что

$$|V_{\text{вх } \tau}| = |V_{\text{вых } \tau}| = |V_{\infty \tau}| = \frac{Q}{2\pi R_0}, \quad (15)$$

где  $Q$  — расход через данную круговую решетку.

Рассмотрим теперь вопрос о граничных условиях на контуре профиля.

В любой точке на контуре профиля круговой решетки

$$|V_{\text{нк}}| = |U_{\text{нк}}|,$$

где  $|V_{\text{нк}}|$  и  $|U_{\text{нк}}|$  — проекции  $V_k$  и  $U_k$  на внешнюю нормаль к контуру профиля.

В соответствии с рис. 3

$$|U_{\text{нк}}| = \omega R \cos(90^\circ - \gamma_k) = \omega R \sin \gamma_k,$$

где  $90^\circ - \gamma_k$  — угол между внешней нормалью к профилю и направлением переносной скорости  $\bar{U}_k$  в данной точке.

$\gamma_k$  — соответственно угол между касательной к профилю круговой решетки и направлением переносной скорости  $\bar{U}_k$  в данной точке.

Но из-за конформности преобразования угол между осью и касательной к контуру профиля прямой решетки в данной точке  $\gamma = \gamma_k$ , т. е.

$$|V_{\text{нк}}| = |U_{\text{нк}}| = \omega R \sin \gamma. \quad (16)$$

В соответствии с формулой (12)

$$|V_N| = \frac{R}{R_0} |V_{\text{нк}}|. \quad (17)$$

Теперь, учтя формулу (16), запишем граничное условие для абсолютного потока в любой точке на контуре профиля прямой решетки, являющейся конформным отображением нашей круговой решетки:

$$|V_N| = \frac{R^2}{R_0} \omega \sin \gamma. \quad (18)$$

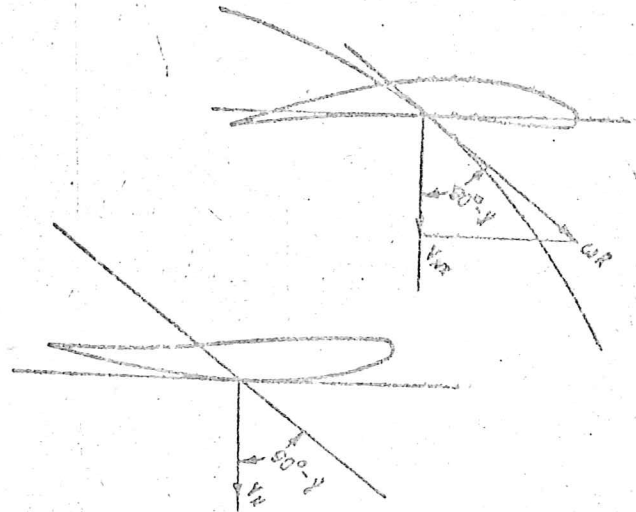


Рис. 3.

Формулу (18) можно преобразовать, подставив в нее значение  $R$  из формулы (4):

$$|V_N| = R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \gamma. \quad (19)$$

Теперь у нас есть все для того, чтобы решить обратную задачу для абсолютного потока в прямой решетке, отвечающего граничному условию (19) в граничных условиях на бесконечности, на входе и выходе решетки, формулы (13), (14) и (15). Обратную задачу будем решать, взяв за основу метод Лесохина А. Ф. [3]. Введем понятие о скелете профиля, несколько отличное от принятого в методе Лесохина.

Скелетом называется линия со следующими свойствами:

а) На этой линии расположены вихри, точечники и стоки, т. е. она является линией разрыва абсолютной скорости; скорость с одной стороны скелета  $\vec{V}'$  не равна скорости с другой стороны скелета  $\vec{V}''$ , причем разрыв нормальной составляющей вызывается источниками и стоками, разрыв тангенциальной составляющей вызывается вихрями; б) Нормальная составляющая геометрической суммы скоростей с обеих сторон скелета отвечает следующему условию:

$$|(\vec{V}' + \vec{V}'')_N| = 2R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \beta = 2V_N, \quad (20)$$

где  $\beta$  — угол между касательной к скелету в данной точке и осью  $o\xi$ .

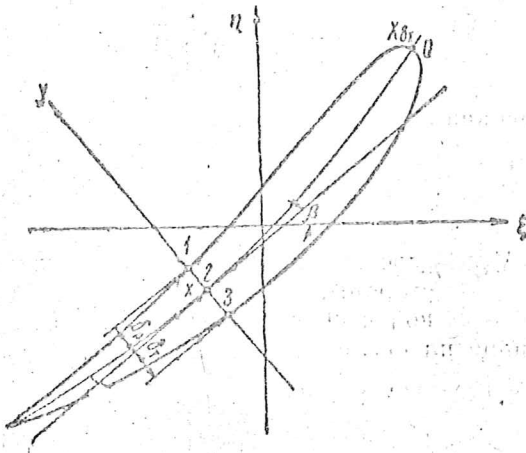


Рис. 4.

Теперь любую точку на плоскости вспомогательной прямой решетки, находящуюся в зоне, близкой к скелету, можно определить ее расстоянием от скелета по нормали к нему  $\eta$  и расстоянием точки пересечения этой нормали со скелетом от середины скелета  $x$ .

Введем более удобные приведенные координаты [5]:

$$x = \frac{\eta}{\frac{l}{2}}$$

$$y = \frac{\eta}{\frac{l}{2}}$$

где  $l$  — длина скелета.

Все дальнейшее рассмотрение будем вести в координатах  $x, y$ .

Вихри равномерно расположим на скелете, задав их интенсивность  $\gamma(x)$  рядом:

$\gamma(x) = A_1 \sqrt{1-x^2} + A_2 x^2 (1-x^2) + A_3 x (1-x^2)$ . Совершенно ясно, что  $\gamma(x)$  подчинена следующему условию:

$$\Gamma = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \gamma(s) ds = \frac{l}{2} \int_{-1}^{+1} \gamma(x) dx$$

или

$$\Gamma = \left( \frac{\pi}{4} A_1 + \frac{2}{15} A_2 \right) l.$$

Источники и стоки зададим рядом:

$$q(x) = V_1 x + V_2 x^2 + V_3 x^3 + V_4 x^4.$$

Расположим на входе ( $x = 1$ ) точечный источник  $Q_1^*$ , а на выходе ( $x = -1$ ) точечный сток  $Q_2^*$ . Величины  $Q_1^*$  и  $Q_2^*$  диктуются соответственно радиусами закругления входной и выходной кромок; значения коэффициентов  $V_1, V_2, V_3, V_4$  определяются остальными геометрическими параметрами профи-

ля: максимальной толщиной, местом ее расположения, углом заострения профиля на выходе и основным условием, накладываемым на источники и стоки [5]:

$$\int_{-1}^{+1} q(x) dx + Q_1^* + Q_2^* = 0.$$

Ясно, что, как и в методе Лесохина, скелет приходится находить методом последовательных приближений.

За первое приближение принимаем прямую линию длины  $l$ , наклоненную к оси  $o\xi$  под углом  $\beta_e$ .

$$\operatorname{tg} \beta_e = \frac{V_{\infty \eta}}{V_{\infty \xi} - \omega R_0} \quad (21)$$

где

$$V_{\infty \xi} = \frac{V_{\text{вх}} \xi + V_{\text{вых}} \xi}{2}.$$

На круговой решетке первому приближению соответствует спираль  $R = R_0 e^{-\operatorname{tg} \beta_e \varphi}$ .

Нам надо, чтобы первое приближение на круговой решетке имело заданную длину  $l_k$ . Определим  $l$  и  $l_k$  как функции от  $\xi_{\text{вх}}$  и  $\xi_{\text{вых}}$ , которые являются координатами входа и выхода первого приближения на прямой решетке; начало координат расположим в точке пересечения скелета и оси решетки.

$$l = (\xi_{\text{вх}} - \xi_{\text{вых}}) \frac{1}{\cos \beta_e};$$

$$l_k = \int_{-\frac{\xi_{\text{вх}}}{R_0}}^{+\frac{\xi_{\text{вых}}}{R_0}} \sqrt{(R')^2 + R^2} d\varphi = \frac{R_0}{\operatorname{tg} \beta_e \cos \beta_e} \left( e^{\frac{\operatorname{tg} \beta_e \xi_{\text{вх}}}{R_0}} - e^{-\frac{\operatorname{tg} \beta_e \xi_{\text{вых}}}{R_0}} \right),$$

отсюда:

$$\frac{1}{l_k} = \frac{\operatorname{tg} \beta_e}{R_0} \left( \frac{\xi_{\text{вх}} - \xi_{\text{вых}}}{e^{\frac{\operatorname{tg} \beta_e \xi_{\text{вх}}}{R_0}} - e^{-\frac{\operatorname{tg} \beta_e \xi_{\text{вых}}}{R_0}}} \right) = \frac{t_{\text{вх}} - t_{\text{вых}}}{e^{t_{\text{вх}}} - e^{t_{\text{вых}}}},$$

$$\text{где } t = \frac{\operatorname{tg} \beta_e \xi}{R_0}.$$

Но по теореме Лагранжа:

$$e^{t_{\text{вх}}} - e^{t_{\text{вых}}} = (t_{\text{вх}} - t_{\text{вых}}) e^{t_{\text{ср}}},$$

т. е.  $\frac{1}{l_k} = e^{-t_{\text{ср}}}$ , но т. к.  $t_{\text{ср}} \approx 0$ , то  $\frac{1}{l_k} \approx 1$ .

Значит, за длину первого приближения прямой решетки надо брать заданную для круговой решетки длину  $l = l_k$ .

Расположим на скелете 1-го приближения вихри, источники и стоки в функции от  $x$ . Найдем в 7 точках скелета скорости от вихрей, источников и стоков, используя формулы и номограммы, приведенные в диссертации Этинберга.

Условие (20) дает уравнение для вычисления угла наклона касательной к скелету в данной точке к оси:

$$(V_{\infty t} + V_{\tau t} + V_{qt}) \sin \beta -$$

$$- (V_{\infty y} + V_{\tau y} + V_{qy}) \cos \beta - v_{\tau y} = R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \beta$$

или иначе:

$$(V_{\infty t} + V_{\tau t} + V_{qt} - R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}}) \sin \beta - (V_{\infty y} + V_{\tau y} + V_{qy}) \cos \beta - v_{\tau y} = 0, \quad (22)$$

где  $V_{\tau t}$  и  $V_{\tau y}$  — скорости, вызванные вихрями всех скелетов, кроме рассматриваемого;

$V_{qt}$  и  $V_{qy}$  — скорости, вызванные источниками и стоками всех скелетов, кроме рассматриваемого;

$v_{\tau y}$  — нормальная к скелету скорость, вызванная расположенными на нем одним вихрем.

Ясно, что в условии (20) суммарная нормальная составляющая скорости с обеих сторон скелета от источников и стоков, расположенных только на нем одном, равна нулю, так как

$$\vec{v}_{qy}' = -\vec{v}_{qy}''; \quad |\vec{v}_{qy}'| = \frac{1}{2} q(x),$$

где  $q(x)$  — интенсивность источников и стоков в данной точке.

Уравнение (22) можно решить графически. Найдя в 7 точках значения  $\beta$ , надо построить второе приближение скелета.

После нахождения скелета можно перейти к определению профиля.

Обозначим через  $y_p$  и  $y_r$  соответственно тыльную и рабочую толщины профиля.

Обратимся к рис. 4, на котором изображен искомый профиль:

- 0 — входная кромка профиля;
- 01 — участок рабочей стороны профиля;
- 03 — участок тыльной стороны профиля;
- 02 — участок скелета профиля;
- 13 — нормаль к скелету профиля.

По теореме Гаусса:

$$\oint_{012} V_x dl = \Sigma q = \frac{1}{2} \int_0^2 q dl = \frac{1}{2} \int_{x_{вх}}^x q(x) dx.$$

Распишем этот интеграл по элементам замкнутой кривой 012:

$$\int_{21} V_x dl + \int_{10} V_x dl + \int_{02} V_x dl = \frac{1}{2} \int_{x_{вх}}^x q(x) dx.$$

Но для того, чтобы 01 был участком рабочей стороны профиля, на нем должно быть выполнено условие (19):

$$V_y = R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \gamma.$$

На участке скелета 02 по определению скелета получим:

$$\int_{02} V_x dl = \int_{x_{вх}}^x R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \beta dx. \quad (24)$$

Перепишем первый интеграл уравнения (23):

$$\int_{21} V_x dl = \int_0^{y_p} V_{xp} dy, \quad (25)$$

где  $V_{xp}$  — составляющая скорости с рабочей стороны, параллельная касательной к скелету в точке 2.

Вообще на скелете профиля в точке 2

$$(V_x)_{y=0} = (V_{xr})_{y=0} + (V_{xq})_{y=0} + (v_{xr})_{y=0} + (v_{xq})_{y=0},$$

где  $(V_{xr})_{y=0}$  — касательная к скелету скорость от вихрей всех профилей, кроме данного;

$(V_{xq})_{y=0}$  — касательная к скелету скорость от источников и стоков всех профилей, кроме данного;

$(v_{xr})_{y=0} = \pm \frac{1}{2} \gamma(x)$  — касательная к скелету скорость от вихрей данного профиля, плюс и минус соответственно для тыльной и рабочей сторон;

$(v_{xq})_{y=0}$  — касательная к скелету скорость от источников и стоков данного профиля.

Теперь запишем окончательное выражение  $(V_x)_{y=0}$  для рабочей стороны:

$$(V_{xp})_{y=0} = (V_{xr})_{y=0} + (V_{xq})_{y=0} + (v_{xq})_{y=0} - \frac{1}{2} \gamma(x). \quad (26)$$

Для тыльной стороны:

$$(V_{xt})_{y=0} = (V_{xr})_{y=0} + (V_{xq})_{y=0} + (v_{xq})_{y=0} + \frac{1}{2} \gamma(x). \quad (27)$$

Перепишем уравнение (23) с учетом (24) и (25):

$$\int_{10} V_x dl = \frac{1}{2} \int_{x_{вх}}^x q(x) dx - \int_{x_{вх}}^x R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \beta dx - \int_0^{y_p} V_{xp} dy. \quad (28)$$

Если мы теперь так выберем  $y_p$  в каждой точке скелета для всех значений  $x$ , что

$$\int_0^{y_p} V_N dl = \frac{1}{2} \int_{x_{вх}}^x q(x) dx - \int_{x_{вх}}^x R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \beta dx - \int_0^{y_p} R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \gamma dl, \quad (29)$$

то при каждом значении  $x$

$$\int_0^{y_p} V_N dl = \int_0^{y_p} R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \gamma dl; \quad (30)$$

но так как  $\vec{V}$  и  $R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \vec{i}$  (где  $\vec{i}$  — орт оси  $O\xi$ ) непрерывны вблизи  $O$  с обеих сторон, то из уравнения (30) следует, что на контуре  $O1$  при любом значении  $x$

$$V_N = R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \gamma$$

Значит, если определить  $y_p$  из уравнения (29), то контур  $O1$  будет отвечать условию безотрывного обтекания (19). Упростим формулу (29), для этого рассмотрим интеграл:

$$\oint_{O12} \left( R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \vec{i} \right)_N dl.$$

По теореме Гаусса:

$$\oint_{O12} \left( R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \vec{i} \right)_N dl = \iint_{O12} \operatorname{div} \left( R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \vec{i} \right) d\tau,$$

но

$$\operatorname{div} \left( R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \vec{i} \right) = 0.$$

Значит:

$$\oint_{O12} \left( R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \vec{i} \right)_N dl = 0. \quad (31)$$

Распишем интеграл в формуле (31) по участкам замкнутой кривой  $O12$ :

$$\int_0^{y_p} R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \gamma dl + \int_{x_{вх}}^x R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \sin \beta dx + \int_0^{y_p} R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \cos \beta dy = 0. \quad (32)$$

Если теперь подставим в формулу (29) значения двух последних интегралов, стоящих в правой части, из уравнения (32), то получим:

$$\int_0^{y_p} V_N dy = \frac{1}{2} \int_{x_{вх}}^x q(x) dx + \int_0^{y_p} R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \cos \beta dy = 0. \quad (33)$$

Окончательно получим условие для определения  $y_p$ :

$$\int_0^{y_p} (V_N - R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \cos \beta) dy = \frac{1}{2} \int_{x_{вх}}^x q(x) dx. \quad (34)$$

В первом приближении можно принять, что

$$\int_0^{y_p} (V_N - R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \cos \beta) dy = y_p | (V_N - R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \cos \beta)_{y=0} |,$$

где  $| (V_N - R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \cos \beta)_{y=0} |$  — абсолютная величина значения подынтегрального выражения, подсчитанного для данной точки скелета с расстоянием от выхода  $x$ .

Таким образом, в первом приближении получаем формулу для определения  $y_p$  при данном  $x$ :

$$y_p = \frac{\frac{1}{2} \int_{x_{вх}}^x q(x) dx}{| (V_N - R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \cos \beta)_{y=0} |}. \quad (35)$$

Аналогично запишем формулу для  $y_v$ .

$$y_v = \frac{\frac{1}{2} \int_{x_{вх}}^x q(x) dx}{| (V_N - R_0 \omega e^{\frac{2\eta}{R_0}} \cos \beta)_{y=0} |}. \quad (36)$$

Как правило, первого приближения бывает достаточно. Если это необходимо, надо сделать соответствующим образом второе приближение [6]. Таким образом, зная скелет и зная при каждом значении  $x$  величины  $y_p$  и  $y_v$ , мы можем построить профиль в плоскости прямой решетки  $\xi\eta$ .

В заключение мы должны, используя формулы (4) и (5), построить найденный профиль на круговой решетке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Войташевский Д. А. Теория плоских гидродинамических решеток. Труды ВИГМ, выпуск XVI, 1953.
2. Лурье-Московская Т. М. Метод расчета центробежных машин (круговая решетка). Кандидатская диссертация, 1948.
3. Лесохин А. Ф. Метод расчета гидротурбин (решетка профилей конечной толщины). Докторская диссертация, 1946.
4. Этниберг И. Э. Исследование влияния размеров и формы лопастей рабочих колес на кавитационные качества осевых гидротурбин и разработка колес осевых гидротурбин на повышенные напоры. Кандидатская диссертация, 1950.
5. Колтон А. Ю., Этниберг И. Э. Основы теории и гидродинамического расчета подных турбин. Машгиз, 1958.